

3Dボールミルの動的モデルとその検証実験

○和田正義 加藤圭悟(東京農工大) 長尾大輔 長尾文喜 (株ナガオシステム)

1. はじめに

本論文では、3Dボールミルの動的モデルの構築について述べる。3Dボールミルとは、試料等に対して3次元的な回転運動を与え、試料の攪拌、粉碎等を行う装置である^[1]。この装置は3Dクリノスタット^[2]と呼ばれる無重力模擬装置と同様の構造を有する。3Dクリノスタットは、試料に作用する重力の方向を3次元的に連続的に変化させることで、重力の影響を時間的平均の意味で極めて微小にする装置であり、植物の成長や細胞の培養などの無重力での実験を地上において行う目的で用いられる。

通常、3Dクリノスタットは植物の発育などへの重力の影響を調査するなどの実験を行うために、装置の回転中心における重力方向の平均化が主に検討・議論され、またその回転速度は、数rpmと極めて低速で行われる場合が多く、回転による慣性力の影響は小さい。しかしながら、本論文で取り扱う3Dボールミルは、3Dクリノスタットに比較して高速で回転させ、試料の攪拌や粉碎などを行う。よって、回転中心における重力の方向に加えて回転中心から離間した位置における加速度の影響が大きく、その度合いを知ることは攪拌や粉碎の性能向上のために重要である。そこで本論文では、3Dボールミルの動的モデルを構築し、その妥当性を実験により検証を行う。

2. 3Dボールミルの動的モデル

2.1 装置の構造、座標系設定と座標変換

3Dボールミルの外観を図1に示す。装置は水平軸(ϕ 軸)周りに回転する外枠と、その内側でさらに水平軸と直交する軸(θ 軸)周りに回転する内枠から構成される。 ϕ 軸および θ 軸は、それぞれ電動モータにより別々の回転数により駆動することが可能である。

図1には、装置座標系および回転座標系の関係を示す。固定座標系は内枠回転中心に原点が位置し、

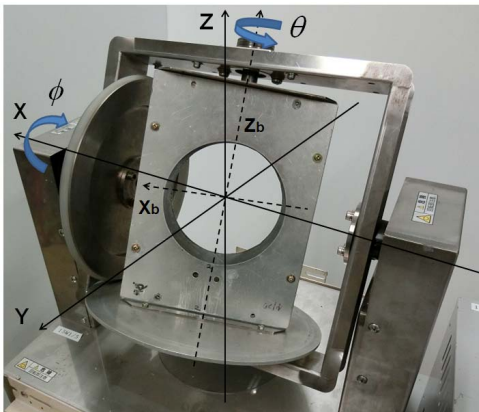


図1 3Dボールミルの外観

X, Y, Z の3軸は装置本体に固定である。一方、回転座標系は、その原点は内枠回転中心に位置するが、各軸は回転 ϕ 軸および θ 軸で駆動される内枠に固定した座標系である。 ϕ および θ がそれぞれ角度ゼロのとき、これら固定座標系と回転座標系は一致する。

回転座標系から見た任意の位置ベクトル \mathbf{r}^b の、固定座標系における座標 \mathbf{r}^o は以下の座標変換により与えられる。

$$\mathbf{r}^o = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \cos\phi\sin\theta & \cos\phi\cos\theta & -\sin\phi \\ \sin\phi\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi \end{bmatrix} \mathbf{r}^b \quad (1)$$

2.2 3Dボールミルの動的モデル

2.2.1 回転運動による加速度成分

内枠の回転運動に伴い、中心点以外の特定の点 p に作用する加速度を求める。内枠の特定の点の位置ベクトルは回転座標系に対して一定である。ここで p は、

$$\mathbf{r}_p^b = [r \ 0 \ 0]^T \quad (2)$$

とする。このとき式(1)を用いると固定座標系における位置ベクトルは以下ようになる。

$$\mathbf{r}_p^o = \begin{bmatrix} r \cos\theta \\ r \cos\phi \sin\theta \\ r \sin\phi \sin\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

また、固定座標系における内枠の回転ベクトルを求めると、

$$\boldsymbol{\omega}^o = [\dot{\phi} \ -\dot{\theta}\sin\phi \ \dot{\theta}\cos\phi]^T \quad (4)$$

である。位置ベクトルの微分、つまり速度ベクトルは式(3),(4)のベクトルの外積より計算できる。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{r}_p^o = \boldsymbol{\omega}^o \times \mathbf{r}_p^o \quad (5)$$

さらに位置ベクトルの2階微分、つまり加速度は以下で求められる。

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_p^o = \frac{d\boldsymbol{\omega}^o}{dt} \times \mathbf{r}_p^o + \boldsymbol{\omega}^o \times \frac{d\mathbf{r}_p^o}{dt} \quad (6)$$

式(6)により、固定座標系における点 p での加速度ベクトルが求められる。さらにこれを回転座標系に変換することで、回転運動により試料に作用する加速度が得られる。以下結果を示す。ただし、 θ の回転、 ϕ の回転ともに一定の角速度で回転しているものと仮定した。

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_p^b = r \begin{bmatrix} -\dot{\theta}^2 - \dot{\phi}^2 \sin^2\theta \\ -\dot{\phi}^2 \sin\theta \cos\theta \\ 2\dot{\theta}\dot{\phi} \cos\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.2.2 重力による加速度成分

重力ベクトルは、固定座標系において常に一定で、Z軸の負方向に沿ってgの大きさを持つ。これを回転座標系におけるベクトルに変換することで、回転する試料に作用する重力の方向を知ることができる。式(1)の逆変換の式で位置ベクトルを重力ベクトルに置き換えると、以下を得る。

$$\mathbf{r}_g^b = -g \begin{bmatrix} \sin\theta \sin\phi \\ \cos\theta \sin\phi \\ \cos\phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.2.3 試料に作用する加速度

点pに設置される試料には、前節までで検討した重力加速度と回転運動による加速度がともに作用する。式(7)(8)より、以下を得る。

$$\mathbf{S}^b = \mathbf{r}_g^b + \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_p^b \quad (9)$$

3. 実験による動的モデルの検証

構築した3Dボールミルの動的モデルが妥当なものであるか、実験による検証を行った。実験では、3Dボールミルの回転する中枠の一辺の X_b 軸上に慣性センサ（ZMP社 IMU-Z2）を取り付け、装置の2軸のモータの駆動による中枠の回転運動の際のセンサ部に発生する3軸方向の加速度や3軸周りの角速度を計測し、無線通信によりデータを取得した。

図3には、 ϕ 軸を48[rpm]、 θ 軸を46[rpm]の回転数でそれぞれ駆動した場合の結果を示す。また、図4には、同条件にて駆動した場合の動的モデルから計算し

たセンサの各軸方向に沿った加速度の変化を示す。

2軸の回転数による短い周期の波形や、位置pの回転軌道が徐々にずれることに伴う周期の長い波形の挙動も計算できていることが確認できる。

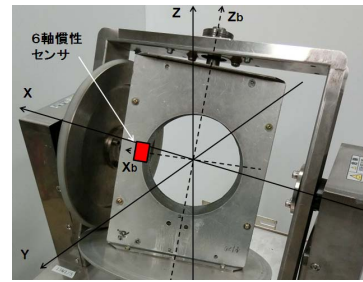


図2 慣性センサの取り付け位置

4. 結論

本文では、3Dボールミルを対象として、回転中心より離間した点において回転運動および重力加速度より受ける総合的な加速度を計算する動的モデルを構築した。さらに、実験装置に慣性センサを取り付け、測定された加速度と比較することでその妥当性を確認した。今後は、軸の角速度が変化する場合の動的モデルを検討する予定である。

参考文献

- [1] “(株)ナガオシステム”
<http://www4.plala.or.jp/nagaosystem/index.html>
- [2] “(株)北川鉄工所 Zeromo”
<http://prod.kiw.co.jp/device/>

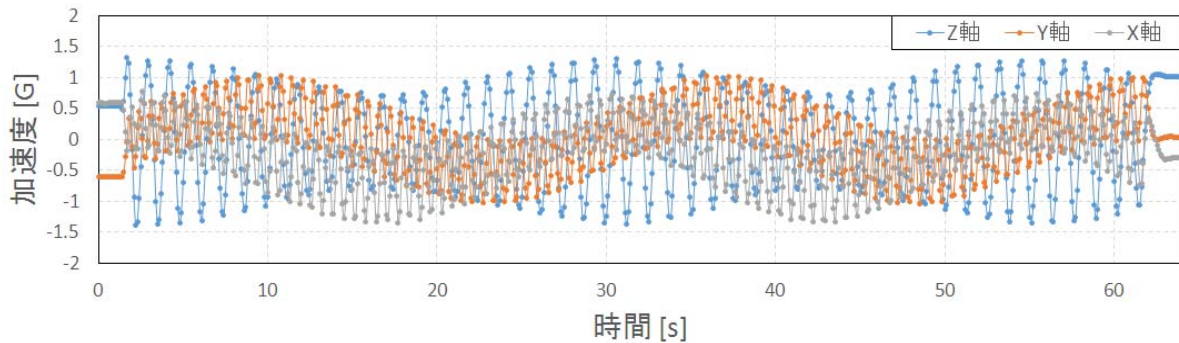


図3 実験装置による慣性センサでの加速度測定結果 (r:0.06m, ϕ 軸:48rpm, θ 軸:46rpm)

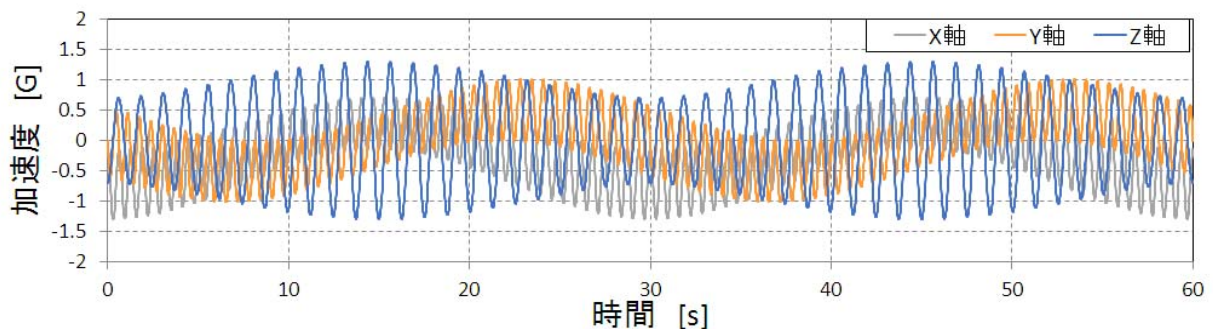


図4 動的モデルによる加速度計算結果 (r:0.06m, ϕ 軸:48rpm, θ 軸:46rpm)

